

**Пояснения к демонстрационному варианту
контрольных измерительных материалов
вступительного экзамена по МАТЕМАТИКЕ**

В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, количестве и форме заданий, а также об их уровне сложности.

**Демонстрационный вариант контрольных
измерительных материалов вступительного экзамена по
МАТЕМАТИКЕ**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 10 заданий. Часть 1 содержит 6 заданий, часть 2 содержит 4 задания с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 1 час (60 минут).

Для заданий части 1 ответом является число. Ответ запишите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Дополнительные материалы и оборудование

Участникам разрешается использовать линейку, не содержащую справочной информации. Калькулятор и справочные материалы использовать запрещено.

Часть 1

Ответами к заданиям 1–6 является число (целое число или конечная десятичная дробь) которое следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1. Единицы измерения писать не нужно.

Внимание! Задачи, представленные на последних позициях в каждом задании, могут быть предложены на вступительном испытании в лицей только в 10 класс.

1. Вычислите:

a. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{1}{2} - 2,5 * 0,1$

ИЛИ

b. (от 8 класса, 1 балл) $(162^2 - 161^2): 323$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{3^2 - 0,363^2}{3,363}$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{49^{11} \cdot 32^4}{196^{12}}$

ИЛИ

e. (от 8 класса, 1 балл) $(26001: 243 + 51 \cdot 14 - 21): 25 + 18$

ИЛИ

f. (от 8 класса, 1 балл) $5379^2 - 5378 \cdot 5380$

ИЛИ

g. (от 8 класса, 1 балл)

$$0,613^3 - 0,613^2 + 0,613 \cdot 0,387 - 0,387^2 + 0,387^3$$

2. Упростите выражение и найдите его значение при указанных значениях переменных:

a. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{6a-1}{16a-8} - \frac{7-4a}{16a-8} + \frac{-2a-2}{8-16a}$

ИЛИ

b. (от 8 класса, 1 балл)

$$\frac{2a+2b}{b} \cdot \left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right) \text{ при } a = -1, b = 4$$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{x^2+xy}{x^2-y^2}$ при $x = 2, y = -1$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{3a^2+6a+3}{a^3-8} : \frac{9a+9}{2a^2+4a+8}$

ИЛИ

e. (от 8 класса, 1 балл)

$$(3d + 5c)^2 - (3d - 5c)^2 \text{ при } d = 3, c = -2$$

ИЛИ

f. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{(2x^3)^5(16x^3)^3}{(8x^5)^5}$

ИЛИ

g. (от 8 класса, 1 балл) Дано $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}, \frac{b}{c} = \frac{4}{7}$. Найдите $\frac{c+b}{b+a}$

ИЛИ

h. (от 8 класса, 1 балл)

$$\left(\frac{m}{m-6} - \frac{2m}{m^2-12m+36} \right) \cdot \frac{36-m^2}{m-8} + \frac{12m}{m-6} \text{ при } m = -2$$

ИЛИ

i. (от 9 класса, 1 балл) $\sqrt{(2 - \sqrt{14})^2} + \sqrt{(\sqrt{14} - 7)^2}$

ИЛИ

j. (от 9 класса, 1 балл) $\sqrt{100 - 18\sqrt{19}}$

3. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите наименьший. Если уравнение не имеет корней, то в ответе укажите 999.

a. (от 8 класса, 1 балл) $2x^2 - 3x = 0$

ИЛИ

b. (от 8 класса, 1 балл) $1 - 4x^2 = 0$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 1 балл) $3x^2 + 1 = 0$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 1 балл) $x^2 + x + 2 = 0$

ИЛИ

e. (от 8 класса, 1 балл) $5x - 1 + 4\sqrt{x} = 0$

ИЛИ

f. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{2x^2+6}{x-6} = \frac{13x}{x-6}$

ИЛИ

g. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{(x+\sqrt{6})^2}{6} + \frac{1-\sqrt{6}x}{3} = \frac{4}{3}$

4. Решите неравенство. В ответе укажите наибольшее (наименьшее) целое число, являющееся решением данного неравенства. Если неравенство решений не имеет или для данного неравенства невозможно указать наименьшее (наибольшее) целое число, являющееся решением данного неравенства, то в ответе укажите 999

a. (от 8 класса, 1 балл) $5x - 6 < 2(3 - x) - 3x$

ИЛИ

b. (от 8 класса, 1 балл) $(x + 7)^2 \leq (x - 3)^2$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{5}{3x+2} \geq 0$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 1 балл) $\frac{2}{x^2+4} \leq \frac{3x}{x^2+4}$

ИЛИ

e. (от 8 класса, 1 балл) $-7 \leq \frac{4-5x}{3} < 1$

5. Проходит ли график функции через точку A? Если проходит, то в ответе укажите 1, если нет, то в ответе укажите -1. Если по условию задачи невозможно ответить на этот вопрос, то в ответе укажите 999.

a. (от 8 класса, 1 балл) $y = -2x + 6$, $A(-35; 76)$

ИЛИ

b. (от 8 класса, 1 балл) $y = -2x^2$, $A(3,5; -24,5)$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 1 балл) $y = -\frac{3}{x} - 13$, $A\left(-\frac{1}{27}; -68\right)$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 1 балл) $y = -|x| + 7$, $A(-34; -41)$

ИЛИ

e. (от 8 класса, 1 балл) $y = -\sqrt{x-11} - 3$, $A(214; 228)$

6. Решите задачу:

- a. (от 8 класса, 1 балл) Один из катетов прямоугольного треугольника равен 8, а гипотенуза равна 17. Найдите второй катет этого треугольника.

ИЛИ

- b. (от 8 класса, 1 балл) Найдите периметр равностороннего треугольника, если одна из его средних линий равна 25.

ИЛИ

- c. (от 8 класса, 1 балл) Найдите высоту равнобедренного треугольника, проведённую к его основанию, если боковые стороны треугольника равны 25, а основание равно 14.

ИЛИ

- d. (от 8 класса, 1 балл) Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 7. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .

ИЛИ

- e. (от 8 класса, 1 балл) Найдите периметр трапеции, в которую вписана окружность, если средняя линия трапеции равна 33.

ИЛИ

- f. (от 8 класса, 1 балл) Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 67° и 89° . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

ИЛИ

- g. (от 8 класса, 1 балл) Диагональ прямоугольника образует с одной из его сторон угол 12° . Найдите угол между прямыми, содержащими диагонали этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

ИЛИ

- h. (от 8 класса, 1 балл) Сколько квадратных плиток со стороной 10 см понадобится, чтобы выложить квадратную площадь со стороной 60 м? (Плитки укладывают вплотную).

ИЛИ

- i. (от 9 класса, 1 балл) Дан треугольник со сторонами 10, 10, 16. Найдите его площадь и радиус вписанной в него окружности.

Часть 2

При выполнении заданий 7–10 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Решение должно быть полным и обоснованным

7. Решите уравнение:

a. (от 8 класса, 2 балла) $\frac{y^2-25}{4y+20} = 0$

ИЛИ

b. (от 8 класса, 2 балла)

$$(x - 2)(x - 3)^2 = (2 - x)(x^2 - 2x - 3)$$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 2 балла) $x^2 - 3x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 18$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 2 балла) $\sqrt{5-x} \cdot (x^2 + 3) = \sqrt{5-x} \cdot (x^2 - 8)$

ИЛИ

e. (от 8 класса, 2 балла) $(2x^2 - 13x + 6)\sqrt{x-4} = 0$

ИЛИ

f. (от 8 класса, 2 балла) $(x^2 + 3)^2 + 3(x^2 + 3) - 4 = 0$

ИЛИ

g. (от 9 класса, 2 балла) $\frac{x^2+3}{x} - 4 \cdot \frac{x}{x^2+3} + 3 = 0$

ИЛИ

h. (от 8 класса, 2 балла) $(x + 2021)^2 + x + 2015 = 0$

ИЛИ

i. (от 9 класса, 2 балла) При каких значениях параметра p уравнение $x^2 - 2px + 3p = 0$ имеет ровно один корень?

ИЛИ

j. (от 9 класса, 2 балла) При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x+a} = 0$ имеет ровно два различных корня?

8. Решите неравенство (систему неравенств):

a. (от 8 класса, 2 балла) $(x + 2)(\sqrt{5} - \sqrt{7}) < 0$

ИЛИ

b. (от 8 класса, 2 балла) $\begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+2}{4} > 0 \end{cases}$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 2 балла) $\begin{cases} \frac{x}{3} \geq 0, \\ 1 - 3x \leq 2x - 1, \\ 3 - x < 0 \end{cases}$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 2 балла) $x > \frac{1}{x}$

ИЛИ

e. (от 9 класса, 2 балла) $\frac{7x+5}{\sqrt{7x^2+5}} \leq 0$

ИЛИ

f. (от 9 класса, 2 балла) $\frac{n-121}{\sqrt{n-11}} \geq 0$

9. Постройте график функции:

a. (от 8 класса, 2 балла) $y = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & \text{если } x < -2, \\ 1, & \text{если } -2 \leq x < 1, \\ 3x - 2, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$

ИЛИ

b. (от 9 класса, 2 балла) $y = \begin{cases} |x| + 1, & \text{если } x > 3, \\ \sqrt{x-1}, & \text{если } x \leq 3 \end{cases}$

ИЛИ

c. (от 8 класса, 2 балла) $y = \frac{x^2-4}{x+2}$

ИЛИ

d. (от 8 класса, 2 балла) $y = \frac{(x+3)(x^2+x-2)}{x+2}$

ИЛИ

e. (от 8 класса, 2 балла) $y = \frac{x-3}{(x-2)(x^2-4x+3)}$

ИЛИ

- f. (от 8 класса, 2 балла) Запишите уравнение прямой, график которой параллелен прямой $y = 10 - 0,1x$ и проходит через точку $A(20; 35)$ и постройте её график

ИЛИ

- g. (от 8 класса, 2 балла) График линейной функции проходит через точки $A(-3; 0)$ и $B(0; -1)$. Задайте функцию формулой и постройте график

ИЛИ

- h. (от 8 класса, 2 балла) График линейной функции проходит через точку $A(9; -18)$ и точку пересечения прямых $y = x - 7$ и $y = 8x$. Задайте функцию формулой и постройте график функции

10. Решите задачу:

- a. (от 8 класса, 2 балла) Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 18$, а сторона AC в 1,2 раза больше стороны BC .

ИЛИ

- b. (от 8 класса, 2 балла) Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 9$, $AC = 12$.

ИЛИ

- c. (от 8 класса, 2 балла) Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK , если $BH = 14$.

ИЛИ

- d. (от 8 класса, 2 балла) В трапеции $ABCD$ основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD . Угол ADC равен 60° , $AC = 2\sqrt{3}$. Найдите периметр трапеции.

ИЛИ

- e. (от 8 класса, 2 балла) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.

ИЛИ

- f. (от 8 класса, 2 балла) В треугольнике ABC угол $A = 30^\circ$, угол $B = 90^\circ$, точка D лежит на AB и $AD = 2DB$. Найдите угол BCD .

ИЛИ

- g. (от 9 класса, 2 балла) На плоскости даны три попарно пересекающиеся окружности, центры которых не лежат на одной прямой. Докажите, что прямые, содержащие три общие хорды каждой пары этих окружностей, пересекаются в одной точке

ИЛИ

**Система оценивания экзаменационной работы
по математике**

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–6 ставится 1 балл.

Часть 2

Задание 7

<i>Баллы</i>	<i>Содержание критерия</i>
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Задание 8

<i>Баллы</i>	<i>Содержание критерия</i>
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- Демонстрационный вариант. Вступительные испытания
- h. (от 9 класса, 2 балла) В остроугольном треугольнике ABC проведены две высоты AA_1 и BB_1 . Верно ли, что треугольник A_1B_1C подобен треугольнику ABC ? Если да, докажите; если нет, приведите пример треугольника ABC , для которого это неверно.

Задание 9

<i>Баллы</i>	<i>Содержание критерия</i>
2	График построен верно
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно ИЛИ все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Задание 10

<i>Баллы</i>	<i>Содержание критерия</i>
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения ИЛИ допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**Система формирования
суммарного первичного балла**

Максимальное количество баллов за одно задание		Максимальное количество баллов		
Часть 1	Часть 2	За часть 1	За часть 2	За работу в целом
№ 1-6	№ 7-10			
1	2	6	8	14

Задания, ответы на которые оцениваются 1 баллом, считаются выполненными верно, если вписан верный ответ (в заданиях с кратким ответом).

Задания, ответы на которые оцениваются в 2 балла, считаются выполненными верно, если экзаменуемый выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ. В этом случае ему выставляется максимальный балл, соответствующий данному заданию. Если в решении допущена ошибка, не имеющая принципиального характера и не влияющая на общую правильность хода решения, то участнику экзамена выставляется 1 балл.

Максимальное количество первичных баллов за выполнение всей экзаменационной работы – 14.